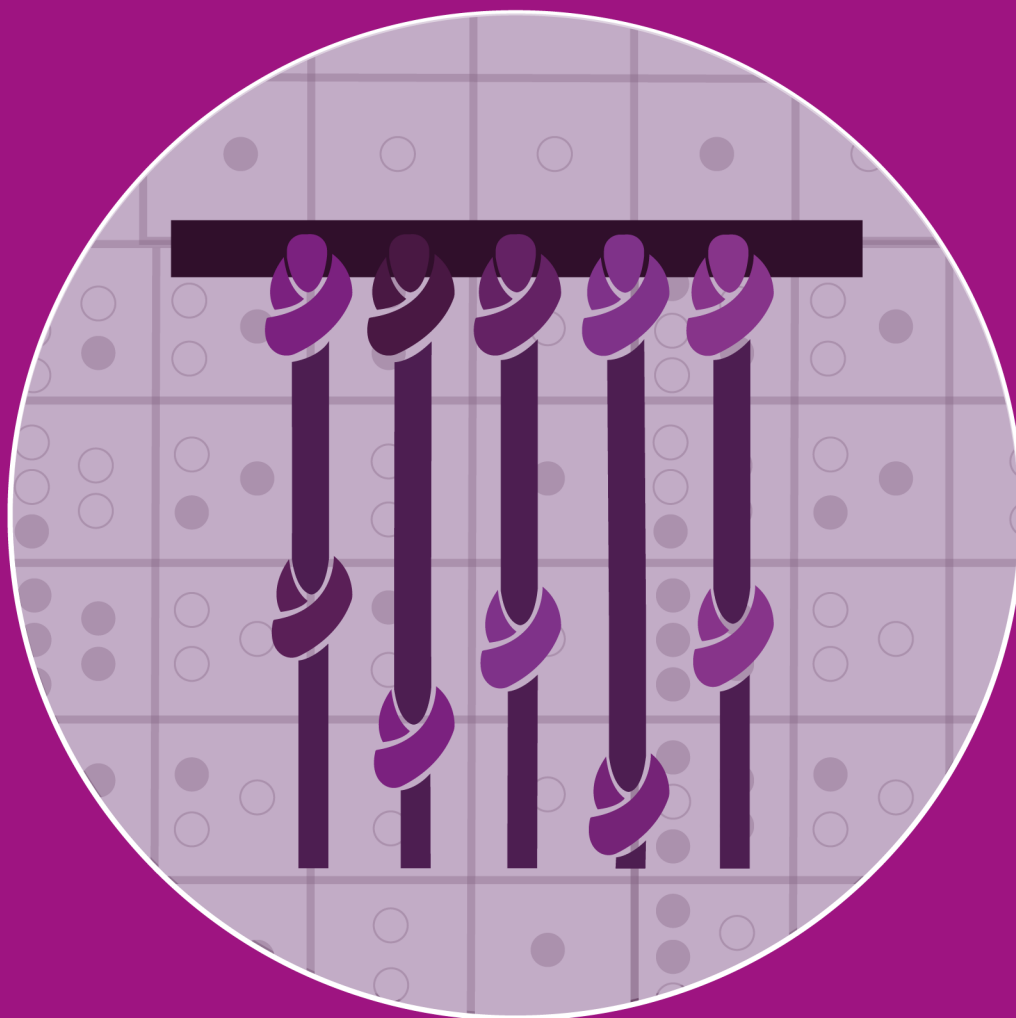


Revista de divulgación científica

Libros & Ciencias

Nº6 - Julio 2023



Conocimientos Tradicionales

Fransiles Gallardo Plasencia - Hans Huerto - Jorge Ishizawa - Dhavit Prem
Sara Karla Quinteros Malpartida - Grimaldo Rengifo - Juan Rodríguez
Milton Rojas Gamarra

© Biblioteca Nacional del Perú
Av. De la Poesía N° 160, San Borja.
Lima, Perú.

© Consejo Nacional de Ciencia,
Tecnología e Innovación Tecnológica
Av. Del Aire N° 485, San Borja.
Lima, Perú.

Fabiola Vergara Rodríguez
**Jefa Institucional de la Biblioteca
Nacional del Perú**

Benjamín Marticorena Castillo
**Presidente del Consejo Nacional de
Ciencia, Tecnología e Innovación
Tecnológica (CONCYTEC)**

Sandro Tucto Trigoso
**Director de la Dirección del Acceso y
Promoción de la Información (BNP)**

Roger Cáceres Atocha
**Coordinador del Equipo de Gestión
Cultural, Investigaciones y Ediciones
(BNP)**

Mariela del Carpio Neyra
**Directora de la Dirección de Políticas
y Programas de CTel (CONCYTEC)**

Coordinación general: Neydo
Hidalgo Minaya
Edición: Gracia Angulo Flores
Diseño y diagramación: Daniela
Abad Mariñas
Infografías: CONCYTEC

Primera Edición: Julio 2023

Hecho el Depósito Legal en la
Biblioteca Nacional del Perú N°2020-
08702

ÍNDICE

4 Presentación

Panorama de la ciencia

7 Saber(es) y conocimiento
Grimaldo Rengifo y Jorge Ishizawa

Ciencia y sociedad

13 Los conocimientos colectivos de los pueblos indígenas vinculados a los recursos biológicos y la importancia de su protección
Sara Karla Quinteros

18 La ciencia y la astronomía en el diario vivir de la cultura inka
Milton Rojas Gamarra

26 El Canal de Kumpy Mayu, obra cumbre de la ingeniería preinca
Fransiles Gallardo Plasencia

Investigación en el Perú

33 Yupana Inka Tawa Pukllay (YITP): recuperando la Matemática Inka después de 500 años
Dhavit Prem

Investigación en marcha

46 El saber del pasado: una respuesta a nuestro futuro
Hans Huerto Amado

Fronteras de la ciencia

53 Invernaderos, los de mi tierra
Juan Rodríguez

PRESENTACIÓN

La Biblioteca Nacional del Perú y el Consejo Nacional de Ciencia, Tecnología e Innovación Tecnológica (CONCYTEC) aúnan esfuerzos y establecen lazos de cooperación interinstitucional para la publicación de *Libros & Ciencias*, revista de divulgación que abarcará temas de interés nacional en los cuales la ciencia y la tecnología dan aportes y soluciones.

Libros & Ciencias tiene como uno de sus objetivos principales comunicar al público no especializado temas científicos y tecnológicos que despiertan el interés actual. A través de sus páginas, los y las lectores/as podrán conocer cómo se realiza la investigación en el Perú y el mundo, cómo se producen el avance científico y el desarrollo tecnológico, cómo estos avances influyen en nuestras vidas y en la mejora de las sociedades, qué conocimiento científico y tecnológico se está desarrollando en nuestro país, entre otros temas.

Este sexto número se enfoca en los **Conocimientos Tradicionales**, aquellos saberes y prácticas que poseen las comunidades indígenas, y que son transmitidos de generación en generación. Por esta razón, forman parte de la identidad cultural de los pueblos, una identidad que se debe valorar y proteger.

En virtud de esto, en 2002, el Estado peruano promulgó la Ley N° 27811, «que establece el régimen de protección de los conocimientos colectivos de los pueblos indígenas vinculados a los recursos biológicos», con la que se promueve la tutela de estos conocimientos.

Conscientes de la importancia de estos **Conocimientos Tradicionales**, a través de este nuevo número buscamos despertar la consciencia sobre su gran aporte a la ciencia y la innovación en Perú, así como fomentar su conocimiento entre las nuevas generaciones.

Agradecemos a los y las colaboradores/as que han hecho posible la realización de este número: Fransiles Gallardo, Hans Huerto, Jorge Ishizawa, Davith Prem, Sara Karla Quinteros, Grimaldo Rengifo, Juan Rodríguez y Milton Rojas.

3

INVESTIGACIÓN EN EL PERÚ

Yupana Inka Tawa Pukllay (YITP): recuperando la matemática inka después de 500 años

Dhavit Prem

Director de la Asociación científica y cultural Yupanki

Al observar las maravillosas obras arquitectónicas y de ingeniería, así como al vislumbrar el vasto trabajo administrativo y de censo de personas y recursos requerido para gobernar el Tawantinsuyo durante el Incanato, se infiere que la gran civilización Inca debió contar con conocimientos matemáticos sólidos y continuamente practicados.

El *kipu*, conocido dispositivo de cuerdas y nudos utilizado para el registro de cuentas numéricas y para fines narrativos, ha sido señalado ampliamente —aunque de manera errónea— en libros de matemática e historia, como el dispositivo destinado a hacer los cálculos numéricos.

Aún desde inicios del siglo XX, cuando se halló el manuscrito del cronista indígena Felipe Guamán Poma de Ayala, Nueva Crónica y Buen Gobierno, en la Biblioteca Real de Copenhage en Dinamarca, ya se sabía de la existencia de otra herramienta utilizada para realizar las operaciones numéricas: en la página 360 de dicho manuscrito se encontró la imagen del curaca Condorchaua sosteniendo un *kipu* con las manos, y a su costado, una *yupana* (vocablo quechua que alude a un «instrumento para hacer cuentas o calculadora»), estructura matricial de cuatro columnas y cinco filas, cada

una de ellas con 1, 2, 3 y 5 puntos como se ve en la figura 1.



Figura 1. Dibujo detallista de curaca Condorchaua con yupana y khipu

No obstante, su existencia fue ignorada o cuando menos pasó desapercibida por muchos cronistas e historiadores que siguieron describiendo al *kipu* como herramienta de cálculo aritmético, como el Inca Garcilaso de la Vega; a excepción de unos cuantos estudiosos, tanto peruanos como extranjeros, que desde inicios del siglo pasado estudiaron la *yupana* y propusieron variados intentos para su decodificación (Concytec, 1990; Hernández, 2004; Florio, 2008; Burns, 2010; Rivas, 2014; Ríos, 2013; De Pasqueale, s/f; Radicati, 1980; Chirinos, 2010; Moscovich, 2010; y Dhavit-Prem, 2014-2016).

Este artículo empieza haciendo un breve resumen de la filo-

sofía de las matemáticas que no contempla el mundo andino, desde el conocimiento griego e indo-arábigo hasta los aportes en tiempos del Círculo de Viena.

A continuación, presenta las dos principales evidencias de la matemática inka en las crónicas (Guamán Poma, 2005 y Acosta, 2008), y se centra con detalle en el método Yupana Inka Tawa Pukllay (YITP) (en español, «Los Cuatro Juegos»).

Finalmente, se presentan las actividades realizadas en pro de la reinserción del conocimiento matemático inka en la academia y en las comunidades, así como el impacto que viene teniendo en los distintos campos de la ciencia y la tecnología.

El nuevo paradigma YITP ofrece múltiples posibilidades y abre nuevas líneas de investigación basadas en: a) la participación de la academia mediante las rigurosas validaciones de YITP en artículos científicos publicados en revistas y congresos internacionales indexados y b) la participación activa de diversas comunidades indígenas en la reinserción del conocimiento, con quienes se comparte y de quienes se retroalimenta este valioso legado ancestral.

De Grecia al Wiener Kreis

Con el florecimiento de la filosofía en la antigua Grecia, surgie-

ron y se desarrollaron también las bases de la ciencia moderna —el pensamiento crítico, la lógica y la matemática—, las que irían tomando una forma más definida en manos de investigadores como Copérnico, Galileo Galilei, Descartes y Newton, para finalmente encontrar un espacio privilegiado y definido como la ciencia que hoy conocemos, con el impulso de científicos y epistemólogos (filósofos de la ciencia) principalmente relacionados al grupo de intelectuales del Círculo de Viena (*Wiener Kreis*), en la década de 1920.

Precisamente, es recién a fines del siglo XIX y principios del siglo XX que surgieron figuras de matemáticos y filósofos de las matemáticas que buscaron formalizar sus bases; esto es, construir un sustento basado en el pensamiento racional que demuestre que las afirmaciones que se hacen sobre la base de las matemáticas son verdaderas y, como tales, demostrables.

Este trabajo resultó de obvia necesidad e importancia, ya que muchos de los sustentos científicos se basan en la matemática y, en consecuencia, las mismas bases debían de contar con un sólido sustento.

El desafío planteó diversas y profundas interrogantes respecto de la naturaleza de las matemáticas y de los números. Por ejemplo, cuestionaron si los números existen de manera independiente a la mente humana o si requieren de la participación de ella. Esto dio paso a posturas que buscaron dilucidar tal problema filosófico desde distintas perspectivas, surgiendo propuestas como:

- a) La del italiano Giuseppe Peano, quien desarrolló una creativa manera de axiomatizar los números naturales, es

decir, de crear sencillas reglas a partir de las cuales demuestra —con evidente requerimiento de intervención de la mente humana— la generación de dicha secuencia de números;

- b) Las de Cantor, Frege, Dedekind, Zermelo y Frenkel que dieron, paulatina y secuencialmente, nacimiento a la axiomatización de lo que hoy conocemos como la «teoría de conjuntos»; y
- c) La más bizarra propuesta de formalización de las matemáticas, mediante el uso de la lógica, hecha por Bertrand Russell y Whitehead en su obra de tres volúmenes *Principia Mathematica* en la que tan solo la demostración lógica de que $1+1=2$, les tomó 360 páginas.

Una historia incompleta

Pero la historia de la formalización de la matemática y la ciencia está aún incompleta. A pesar de que los avances en las telecomunicaciones y en el transporte han permitido una masiva convivencia virtual y un gran intercambio cognitivo y cultural que siglos atrás era prácticamente imposible siquiera imaginar; existe aún, producto de la sesgada difusión informativa, un tremendo desconocimiento de la historia, la cosmovisión, la filosofía y la ciencia andina.

La Matemática Inka YITP es una matemática que hoy resurge después de quinientos años y que se concibe de un modo sui generis, ofreciendo un gran potencial para nutrir a la ciencia moderna, tanto a nivel humano como tecnológico. Ejemplos hay muchos, y no es necesario viajar lejos para conocerlos. Solo es necesario mirar nuestro pasado, e

incluso nuestro presente: a las comunidades originarias, a nuestras propias raíces.

Constituye una matemática que, paradójicamente, no requiere pensar en cálculos mentales numéricos de la forma convencional o indo-arábica, sino que está basada en el reconocimiento de patrones y puede ser ejecutada de manera secuencial o paralela mediante movimientos estratégicamente pensados, utilizando una forma de pensamiento muy similar a la del ajedrez (Dhavit-Prem, 2014-2016), desarrollando en sus practicantes el pensamiento matemático y computacional (Guzmán y Escotto, 2023; Alvarado et. al., 2022).

Según se ha visto en distintas experimentaciones aún no validadas, permite comprender de manera concreta y lúdica las operaciones aritméticas aún a personas que padecen de algún tipo de dificultad con los números, sugiriendo que su manejo implicaría un conjunto de sinapsis cerebrales distintas a las que se generan al operar la aritmética de la forma convencional.

Matemática inka

Así como una de las cuestiones filosóficas es si existe una filosofía occidental y otra oriental (Abraham, 2011; Osho, 1988), frente a la que la opinión de algunos filósofos queda dividida; así también ha surgido una cuestión sobre si existe una *matemática inka* (Urton y Llanos, 1997) y una *matemática indo-arábica*, o una *matemática azteca*, o una *egipcia*, o una *maya*, etc.

Respecto a este punto, el uso de tales denominaciones en el presente artículo responde a un fin puramente práctico, pues es evidente que la matemática —a fin de *cuentas*— es única, y que

trasciende a cualquier nación, tradición, cultura, tiempo o espacio.

No obstante, estas etiquetas son de mucha utilidad a la hora de precisar ciertos conceptos meta-matemáticos o cuando se quiere hacer hincapié en la relación étnica, histórica o cultural de las distintas civilizaciones y sus contribuciones matemáticas.

Evidencias en las crónicas

De entre todas las crónicas conocidas hasta hoy, dos son las que resaltan por el detalle con el que describen las herramientas y realización de las operaciones aritméticas en el incanato. Si bien es cierto que ninguna de ellas menciona directamente la forma de manejo de la *yupana*, el cronista Guamán Poma aporta con una maravillosa y crucial precisión en su dibujo, señalando con claridad la disposición de filas, columnas y puntos de la *yupana*; asimismo, aporta con algunos datos importantes, como el listado de adjetivos numerales, que evidencian el uso de la base diez; menciona también el conocimiento del concepto de infinito, al que reporta ser denominado *pantacac huno* (cuya traducción literal sería «la potencia de diez que conduce al error»). Por su parte, el jesuita José de Acosta dejará indirectamente muchas claves sobre el funcionamiento de la *yupana*. El jesuita Domingo de Santo Tomás dejará en *El Lexicón* (1951) evidencias del conocimiento del cero, de su amplio uso como raíz nominal en el quechua y hasta mencionará la existencia de un término específico para el diez mil (*hunu*), término con el que solo pocas lenguas cuentan.

Propuestas sobre la yupana

Son aproximadamente quince las propuestas de decodificación del manejo de la *yupana*, y estas difieren entre sí principalmente

en tres puntos: a) posición del tablero de la *yupana* (horizontal o vertical); b) interpretación de los puntos y la consecuente valoración de los mismos o de las casillas; y c) los algoritmos o formas de operación para las operaciones aritméticas (Prem *et al.*, 2022).

Tawa Pukllay (TP)

En agosto de 2014 se publicó la primera edición de *Yupana Inka. Decodificando la matemática inka. Método Tawa Pukllay*, centrándose en la novedosa propuesta para realizar las cuatro operaciones aritméticas básicas: adición, sustracción, división y multiplicación. (Dhavit-Prem, 2014-2016).

TP propone algo totalmente revolucionario tanto en el campo de las matemáticas como a nivel histórico: a nivel matemático, YITP plantea que es posible realizar operaciones aritméticas sin necesidad de hacer los cálculos numéricos indo-arábigos; y que es posible hallar resultados mediante un proceso de reconocimiento de patrones y ejecución de movimientos predefinidos estratégicos, de una forma muy parecida al ajedrez (Dhavit-Prem, 2014-2016).

A nivel histórico, YITP propone que la civilización Inka contaba con un cuerpo de conocimiento

matemático propio, coherente con el avanzado desarrollo demostrado en diversas ramas de la *ingeniería andina* prehispánica y la administración del Tawantinsuyo.

En agosto de 2016 se formó la Asociación Yupanki para la investigación y difusión de la matemática inka, y el desarrollo de nuevas tecnologías; se publicó un kit de autoaprendizaje que incluye una versión impresa actualizada del libro, que incorpora datos importantes como antecedentes de la investigación y ejemplos más detallados, basados en las experiencias compartidas en las comunidades andinas que se visitaron en los primeros años de presentación del método TP.

Investigación bibliográfica

Entre los pocos textos encontrados sobre la *yupana*, la tesis de doctorado del doctor Ricardo Vílchez Chumacero (2013) fue pieza clave para encontrar algunas de las propuestas más conocidas hasta entonces. De entre ellas, dos fueron las que llamaron nuestra atención: la del antropólogo Andrés Chirinos (2010), por su original forma de asignar valores a los puntos de la *yupana*, y por su interesante y desafiante conjunto de algoritmos para las

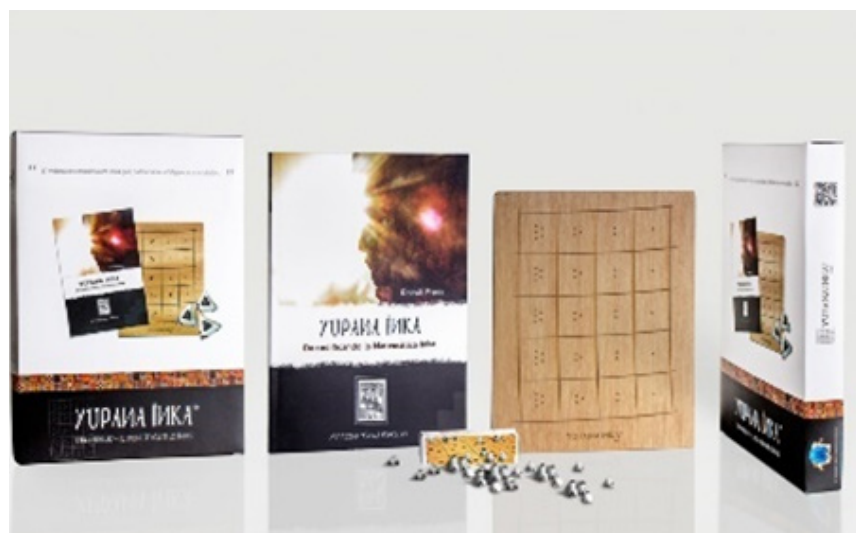


Figura 2. Kit Yupana Inka Tawa Pukllay

cuatro operaciones aritméticas básicas; y la del ingeniero Hugo Pereyra Sánchez (Concytec, 1990), que aunque no proponía algoritmos para las cuatro operaciones básicas —pues omitía a la división— presentaba una más que interesante interpretación de los recuadros de la yupana y la consecuente representación de los números que nos recordaba al manejo binario ampliamente utilizado en los bits de los computadores.

Fue precisamente con la propuesta de representación de números del ingeniero Pereyra que comenzamos a experimentar con las operaciones aritméticas; sin embargo, si bien la representación de números era interesante, los procedimientos de cálculo mantenían la lógica indo-arábica y esto nos producía serias dudas, pues la evidencia indicaba que la forma de operar el tablero por parte de los Inkas era distinta, incluso incomprensible para su culto testigo. Esta evidencia puede rastrearse en el séptimo tomo de la *Historia natural y moral de las Indias* del Padre José de Acosta:

(...) pues verles otra suerte de quipos, que usan de granos de maíz, es cosa que encanta; porque una cuenta muy embarazosa, en que tendrá un muy buen contador que hacer por pluma y tinta, para ver a como les cabe entre tantos, tanto de contribución, sacando tanto de acullá y añadiendo tanto de acá, con otras cien retartallias, **tomarán estos indios sus granos y pondrán uno aquí, tres acullá, ocho no sé dónde**; pasarán un grano de aquí, trocarán tres



Figura 3. Tawa Pukllay aritmética de patrones

de acullá, y, en efecto, ellos salen con su cuenta hecha puntualísimamente sin errar un tilde, **y mucho mejor se saben ellos poner en cuenta y razón** de lo que cabe a cada uno de pagar o dar, que sabremos nosotros dársele por pluma y tinta averiguado. Si esto no es ingenio y si estos hombres son bestias, júzguelo quien quisiere, que lo que yo juzgo de cierto es que, **en aquello que se aplican, nos hacen grandes ventajas** (Acosta, 2008).⁴

Tres puntos importantísimos a rescatar de este texto de Acosta: a) la descripción que realiza permite entrever claramente que el algoritmo utilizado es irreconocible, desconocido o cuando menos incomprensible para el cronista; b) al mencionar *cuenta* y *razón* se está refiriendo tanto a las operaciones de adición y sustracción («cuenta») como a las de multiplicación y división («razón»); y c) explicita la ventaja de las operaciones realizadas por los inkas con las piedras y semillas, frente a las que los españoles realizaban con pluma y papel.

En el 2018 se imprimieron unas pocas unidades del libro *Hatun Yupana Qellqa* («El Gran libro de la Yupana»), con el fin de aportar a la Biblioteca Nacional del Perú con unos ejemplares que contienen un análisis y síntesis de los otros quince métodos desarrollados por diversos autores desde inicios del siglo XX hasta nuestros días. Este libro contiene también otros desarrollos a partir de YITP, como la versión *QOKA Tawa Pukllay* para invidentes, el *P'awaq Yupana* o neo-ábaco de lógica múltiple y el *Runa Yupana* o «yupana humana», que combina la lógica aritmética del YITP con dinámicas gimnásticas.

Nacimiento del Tawa Pukllay

Frente a tal evidencia, realizamos múltiples experimentaciones, en medio de las cuales empezaron a aparecer patrones repetitivos; cuantas más operaciones realizábamos, más evidentes se hacían estos patrones, invitándonos a responder la siguiente pregunta: ¿Qué pasaría si aplicáramos solamente los movimientos de dichos patrones encontrados sin recurrir en absoluto a ningún cálculo

⁴ Las negritas son nuestras.

mental de la forma convencional que todos conocemos? Y ¡*jallinmi!* Las primeras operaciones empezaron a resolverse tan solo aplicando los movimientos de los patrones detectados.

El siguiente paso fue optimizar dichos movimientos, es decir, sistematizarlos y contabilizar el mínimo número necesario de éstos para realizar cualquier operación. Así, cinco son los movimientos básicos —llamados *movimientos de reducción*—; fue también necesario utilizar unos movimientos inversos —llamados *movimientos de expansión*— para ejecutar las restas y la división; y, finalmente, concluimos que tanto los movimientos básicos como los movimientos de expansión podían realizarse en menos pasos integrando dos o más de ellos en un solo movimiento, surgiendo así los *movimientos compuestos*.

Además de esta característica fundamental de YITP, se observó que las operaciones podían realizarse en paralelo y en cualquier orden, ya no era necesario seguir una estricta secuencia. Asimismo, las adiciones no requerían recordar acarreo; las sustracciones con YITP permitían resolver operaciones de varios minuendos y varios sustraendos de una sola vez, sin agruparlos y sin usar los incómodos «préstamos»; las multiplicaciones podían ser resueltas sin necesidad de recurrir a las tablas de multiplicar; y las divisiones se resolvían de manera concreta, sin necesidad de recurrir a tablas de factores, ni a tediosos tanteos.

Posteriormente, se desarrollaron algoritmos para resolver potencias, raíces y porcentajes, con números enteros, números

racionales y fracciones decimales. Inclusive, se viene también experimentando con aplicaciones dentro del álgebra; y aunque no hemos encontrado aún evidencias históricas que validen el uso de la *yupana* en estas otras operaciones matemáticas, es importante recordar que: a) Como diría Carl Sagan, «la ausencia de evidencia no significa evidencia de ausencia»; y b) se puede afirmar con rigurosidad científica la validación matemática de YITP y sus teoremas⁵ como lo demuestra el artículo científico «Tawa Pukllay Proof: New Method for Solving Arithmetic Operations with The Inca Yupana Using Pattern Recognition and Parallelism» presentado en diciembre de 2022 en el Congreso Internacional *Frontiers of Mathematics and Artificial Intelligence*, celebrado en la ciudad de Beijing, China; y en el que fue premiado con el *Outstanding Presentation Award*.

Herencia ancestral andina

La experiencia de vida entre zonas rurales y urbanas en el Cusco durante la niñez, así como las continuas visitas a comunidades rurales andinas y amazónicas para el estudio e investigación de conocimientos y prácticas ancestrales, permitieron reconocer en el YITP, una gran familiaridad con dichas prácticas:

- El uso de objetos para la representación de números en el proceso de conteo, el conteo de papas y maíces en las cosechas, en los que se utilizan hitos marcadores para las decenas, las centenas y los millares;
- Las técnicas de conteo en gru-

pos de a dos, *iskay iskaymanta*, y de a tres, *kimsa kimsamanta*;

- Las prácticas ancestrales de asignación de *kamayoqs* para la administración de ayllus en el *Tawantinsuyo*: *pisqa kamayoq* (jefe de cinco ayllus), *chunka kamayoq* (jefe de diez familias), *pachaq kamayoq* (jefe de cien familias), *waranqa kamayoq* (jefe de mil familias) y *hunu kamayoq* (jefe de diez mil familias);
- El reconocimiento de formas y patrones en *qellqas* (dibujos geométricos antiguos y contemporáneos);
- La lógica sintáctica de los adjetivos numerales en quechua y aimara, caracterizados por su referencia a la base diez;
- La lógica aimara para los nombres de los números: seis (*maqallqu* «uno y cinco», ahora *suxta* como préstamo del quechua); siete (*paqallqu* «dos y cinco») y ocho (*kimsaqallqu*, «tres y cinco»);
- La lógica de registro de números en el *hipu*, complemento o *yanantin* de la *yupana*, con el que debe guardar coherencia, y en el que se separan grupos de entre uno y nueve nudos en sectores que representan las potencias de diez (figura 4).

Registrando los números

Para registrar números en la *yupana* YITP es importante tomar algunas consideraciones: a) los números se escriben «de arriba hacia abajo», siendo la fila inferior la correspondiente a las unidades; b) cada fila corresponde a una potencia del diez: unidades, decenas, centenas, millar y dece-

⁵ Reconocimiento y agradecimiento al Dr. Fernando Sotomayor Aramburú por su gran aporte en la formalización de los teoremas de YITP, y a los profesores Rosario Guzmán Jiménez y Álvaro Saldívar Olazo (Divapati Prem) por su incansable apoyo en el desarrollo de nuevas líneas de investigación YITP.

na de millar; y c) en cada fila se debe representar una cantidad que puede ser del cero al nueve, mediante la colocación de una semilla en una o más casillas en las que su valor viene indicado por los puntos que contiene (Prem et.al., 2022), según se muestra en la figura 5.

Movimientos básicos

Antes de ejecutar cualquier operación es necesario conocer los nombres de las casillas, los que se muestran en la figura 6:

Asimismo, debemos conocer los cinco patrones básicos y sus movimientos respectivos (Prem et. al., 2022), a saber:

- **ISKAY «Abrir corto»:** si dos o más semillas se encuentran en cualquier casillero ISKAY, se agarran de dicha casilla una misma cantidad de semillas con la mano derecha y se llevan a las casillas inmediatas de la derecha (*Huq*) y de la izquierda (*Kimsa*) de la misma fila. Si el número de semillas que había en ISKAY era impar, una semilla se quedará en dicha casilla.
- **KIMSA «Abrir largo»:** si dos o más semillas se encuentran en cualquier casillero KIMSA, se agarran de dicha casilla una misma cantidad de semillas con la mano derecha y con la mano izquierda, y se llevan a las casillas *Huq* y *Pisqa* de la misma fila. Si el número de semillas en KIMSA era impar, una semilla se quedará en dicha casilla.
- **PISQA «Paqarina, nacimiento»:** si dos o más semillas se encuentran en cualquier casillero PISQA, se toman de dicha casilla una misma cantidad de semillas con la



Figura 4. Registro de números en el khipu

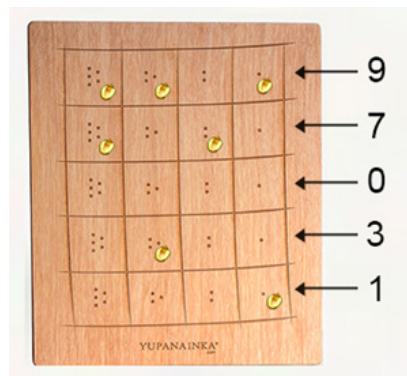


Figura 5. Registro del número 97031

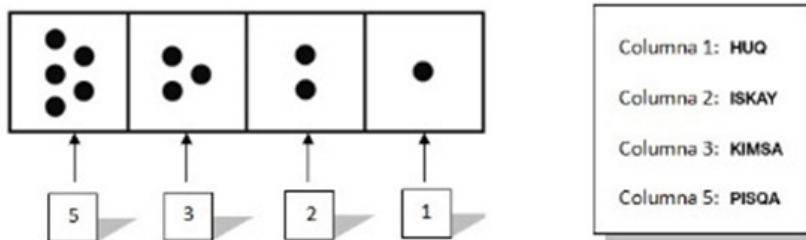


Figura 6. Nombres de las casillas o columnas

mano derecha y con la mano izquierda, y las semillas de la mano derecha se llevan a casilla *Huq* de la fila inmediata superior, mientras que las semillas de la otra mano se retiran del tablero. Si el número de semillas que había en PISQA era impar, una semilla se quedará en dicha casilla.

- **KIKIN «Equivalentes»:** si en la casilla *HUQ* se encuentran 2, 3 o 5 semillas, se toma dicho grupo de semillas y dependiendo de la cantidad de semillas que se hayan tomado, se juega así: «dos en uno es igual a uno en dos» (*iskay huqpi, huq iskaypim*) o «tres en uno es igual a uno en tres» (*kimsa huqpi, huq kimsapim*) o «cinco en uno es igual a uno en cinco» (*pisqa huqpi, huq pisqapim*) y se realiza dicho cambio. Las semillas sobrantes se retiran del tablero.

- **PICHANA «Escoba»:** existen dos casos de *pichana*. El primero es cuando hay una semilla en la casilla *HUQ* y una semilla en la casilla *ISKAY* de la misma fila; y el segundo, cuando hay una semilla en la casilla *ISKAY* y una semilla en la casilla *KIMSA* de la misma fila. En ambos casos, el movimiento consiste en pasar la semilla que está en la casilla más a la derecha saltando por encima de la otra semilla hasta la subsiguiente casilla en la misma fila. La semilla sobre la que se salta es retirada del tablero.

Operaciones YITP

El presente artículo busca dar a conocer el nuevo paradigma de la aritmética de patrones, mas no profundizar en todas las operaciones, pues los múltiples casos requieren especial

detalle, por esto presentaremos los movimientos básicos y su aplicación en las operaciones del *yapay* (adición) y *miray* (multiplicación).

A continuación, veamos cómo se realiza la adición y la multiplicación en la aritmética de patrones.

- **Yapay (Adición YITP)**

- Representar todos los sumandos en la yupana con las semillas.
- Identificar patrones y ejecutar sus respectivos movimientos hasta que no queden más patrones por resolver
- El número que sale representado al final del procedimiento es la suma

- **Miray (Multiplicación YITP)**

- Representar el multiplicando tantas veces como indica el multiplicador
- Identificar patrones y ejecutar movimientos hasta que no queden más patrones
- El resultado es el producto

Validación Científica

La YITP viene siendo validada en distintos niveles. A nivel matemático, representa un nuevo paradigma: la aritmética de patrones. YITP cuenta con una demostración lógica, presentada en Medellín, Colombia (Saldívar y Goycochea, 2019), y otra formal y algebraica, presentada en Beijing, China, que presenta además sus teoremas (Prem *et. al.*, 2022).

A nivel epistemológico se está desarrollando una tesis en la UNMSM basada en evidencias lógicas, matemáticas, históricas, arqueológicas, antropológicas y lingüísticas que sostiene que existió una matemática



Figura 7. Desarrollo de A.L.U. Tawa Pukllay Rubén (MakerWasi) y Dhavit (Asociación Yupanki)

inka; a través de ella se reconstruye su epistemología y se analizan sus implicancias frente a las principales posturas filosófico-matemáticas contemporáneas.

A nivel psicopedagógico se ha observado que mediante la alternancia semiótica y la dinámica lúdica y concreta propuesta por YITP, se puede lograr un aprendizaje efectivo y rápido de la aritmética básica. Este estudio, financiado por IDIC (Universidad de Lima), se realizó implementando en tabletas electrónicas un aplicativo de autoaprendizaje de YITP con la participación de estudiantes de educación bilingüe (quechua-castellano) de una escuela primaria multigrado, en Huamachuco, Kañaris (Guzmán y Escotto, 2023).

Otro estudio ha confirmado que la práctica de YITP permite desarrollar el pensamiento computacional en niños (Alvarado *et. al.*, 2022), habilidad muy necesaria para la creación de algoritmos utilizados en la programación de software y en el diseño de circuitos electrónicos, entre otros.

A nivel tecnológico se viene desarrollando una nueva tecnología: investigadores de la Asociación Yu-

panki, Maker Wasi⁶ y el Instituto de Investigación Científica de la Universidad de Lima (IDIC), están patentando circuitos electrónicos para ALUs (Unidades Aritmético Lógicas), encargados de procesar las operaciones aritméticas en los computadores.

Así, la YITP ofrece la posibilidad de desarrollar nuevas arquitecturas y aplicativos, hardware y software, tanto para computación clásica como para la emergente computación cuántica.

A nivel de educación especial, las observaciones empíricas sugieren que personas con dificultades de aprendizaje en las matemáticas — como la discalculia, acalculia, discapacidad visual, entre otras— pueden realizar las operaciones con mayor facilidad haciendo uso de YITP.

A nivel histórico se viene demostrando que, muy contrariamente a lo que muchos «textos oficiales» indican, el mundo andino prehispánico contaba con un conocimiento aritmético muy sofisticado y que las operaciones aritméticas no se realizaban en los *kipus*, sino que estos servían para almacenar los resultados cal-

⁶ Agradecimiento especial al Yachachiq Rubén Santander Ccarhuarupay, Director de Maker Wasi, por su colaboración en el desarrollo del circuito sumador para A.L.U. Tawa Pukllay



Figura 8. Test QOKA T.P. para invidentes

culados en la *yupana*. Ambos se complementan conformando el *yanantin computacional*.

Asimismo, al demostrar que YITP permite utilizar la *yupana* más que como ábaco, como un calculador mecanizado, propone un paradigma histórico-cultural no identificado con la civilización inca: la de ser poseedores del calculador mecánico más antiguo conocido en el mundo hasta ahora.⁷

A nivel arqueológico, YITP contribuye a una interpretación de la *yupana* hallada en Huacones, al sur de Lima, en el año 2017. Dicho hallazgo, bajo la óptica de YITP, sugiere haber sido un centro de cómputo muy importante de la antigüedad, debido a la disposición en *cluster* o *Tawantin* (conexión de cuatro *yupanas*), y a la cantidad de *ajíes* secos y *kipus* encontrados de forma circular, sugiriendo el «cierre de cuentas».

Las *yupanas* encontradas en Huacones presentan una quinta columna, muy necesaria para realizar el *Rakiy* o división YITP, operación imprescindible para cualquier centro de distribución de recursos.

A nivel lingüístico, YITP destaca que tanto el quechua

como el aimara, siendo lenguas aglutinantes, poseen una sintaxis altamente lógica y adjetivos numerales que facilitan la comprensión de la composición numérica respecto a sus valores posicionales (Prem, 2018; Dowker et. al., 2008; Moomath y Wolfram, 2009).

YITP en comunidades andinas

La reinserción del YITP en las comunidades andinas y amazónicas es una de las prioridades de la Asociación Yupanki y eje de su fundación. En su búsqueda constante de formas de financiamiento para la divulgación de este conocimiento y su expansión a nuevas líneas de investigación, la Asociación Yupanki ha desarro-

llado cursos certificados de YITP, producido material pedagógico, y recibido el apoyo de docentes locales y de personas desinteresadas que apuestan por el resurgir de nuestra matemática ancestral inka. Esto ha permitido viajar a diferentes regiones dentro del país para dictar de manera gratuita talleres YITP a niños, docentes y comunidades de zonas alejadas.

Así, a inicios de 2015, realizamos el primer recorrido de divulgación por las comunidades del Cusco. Este primer viaje fue importante pues nos permitió corroborar el gran interés y receptividad que se estimaba tener por parte de los estudiantes de las zonas quechua-hablantes; al mismo tiempo, nos permitió recoger información léxica de diversos términos quechuas relacionados al conteo contemporáneo y a expresiones necesarias para el dictado de talleres en quechua. Durante este recorrido visitamos las comunidades cusqueñas de Ccoñamuru, Pinchimuru, Tinki, Ocongate y Andahuaylillas, en las que dictamos talleres gratuitos a alumnos y docentes.

En años posteriores hemos visitado y realizado talleres en localidades de Chíncha Alta,



Figura 9. Yupana encontrada en Huacones

⁷ La *Pascalina*, reconocida oficialmente como el primer calculador mecánico, fue desarrollada en 1642 y ofrece sólo la posibilidad de realizar adiciones y sustracciones. En cambio, la *yupana*, que permite realizar las cuatro operaciones aritméticas y otras más.

Huamachuco, Yllambe y Cerro Azul, entre otras. Incluso, viajamos a Guatemala, para dictar talleres a docentes en la Universidad San Carlos, los que luego llevaron este conocimiento a comunidades maya. Con este último intercambio, logramos concretar otro de los fines de la Asociación: la integración de los pueblos nativo-americanos a través de la matemática ynca.

Además de todas estas comunidades, hemos dictado talleres o presentado conferencias en distintas universidades peruanas y extranjeras, como la Universidad de Lima, la Universidad Nacional de Ingeniería, la Universidad del Pacífico, la Universidad San Antonio Abad del Cusco, la Universidad San Carlos de Guatemala, la Universidad Federal de Rio Grande do Sul, en Brasil o la Universidad de Medellín (Colombia), por citar solo algunas.

Conclusiones

En virtud de todo lo expuesto en este artículo, puede concluirse que la Yupana Inka Tawa Pukllay (YITP) es un método matemático que postula la decodificación de los algoritmos aritméticos incas, cuyas propuestas están basadas en estudios multidisciplinares.

Este método demuestra que el uso de la *yupana* puede ser realizado totalmente de manera mecánica y sin recurrir a cálculos numéricos indo-arábigos. En cambio, propone el paradigma de la aritmética de *reconocimiento de patrones realizable en paralelo*, que antepone la estrategia a la memoria y permite realizar distintas operaciones.

Y, además, la YITP postula a la *yupana* no solo como una herramienta de apoyo al cálculo numérico (ábaco), sino como una **cal-**



Figura 10. Taller de YITP en Ocongate, Cusco

culadora aritmética mecánica, la primera en la historia conocida hasta ahora; superando tanto en antigüedad como en capacidad operativa y simplicidad a la Pascalina (1642) y a la calculadora de Leibniz (1670).

Se trata, en suma, de un método que busca poner en valor la matemática ynca y difundirla en colegios y universidades, rescatando un conocimiento ancestral que debería ser motivo de orgullo de todos los peruanos.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abraham, T. (2011). *Tensiones filosóficas*. Sudamericana.
- Acosta, J. D. (2008). *Historia natural y moral de las Indias*. Fondo de Cultura Económica.
- Alvarado, L., Falcon, C., Gutiérrez, J., y Romero, V. S. (2022, marzo). Teaching of the Yupana with the Tawa Pukllay method for developing the Computational Thinking in children. En IEEE, 2022 IEEE World Engineering Education Conference – EDUNINE (pp. 1-5). IEEE.
- Burns, W. (2010). *El mundo de los Amautas*. Universidad Alas Peruanas
- Chirinos, A. (2010). *Quipus del Tahuantinsuyo. Curacas, Incas y su saber matemático en el siglo XVI*. Comentarios SAC
- Consejo Nacional de Ciencia y T (1990). *Quipu y Yupana: El antiguo ábaco peruano*. Concytec.
- De Santo Tomás, D. (1951). *Lexicón o vocabulario de la lengua general del Perú*. Francisco Fernández de Córdova
- Dowker A., Bala S., Lloyd D. (2008). Linguistic influences on mathematical development: how important is the transparency of the counting system. *Philos. Psychol* 21, pp. 523–538 10.1080/09515080802285511

- Florio, C. (2008). Encuentros y desencuentros nella individuazione di una relazione matematica nella yupana in Guaman Poma de Ayala. En Guagliano, E. (coord.). *Encuentros y desencuentros entre Europa y América* (pp. 151-188).
- Garcilaso de la Vega, E. I. (1991). *Comentarios reales de los incas* (Vol. 2). Edición, índice onomástico y glosario de Carlos Aranibar. Fondo de Cultura Económica
- Guamán Poma de Ayala, F. (2018). *Nueva crónica y buen gobierno*. Estudio introductorio de Carlos Aranibar. Biblioteca Nacional del Perú.
- Guzmán, R., Saldívar, A., y Escotto, A. (2023). Semiotic Alternations with the Yupana Inca Tawa Pukllay in the Gamified Learning of Numbers at a Rural Peruvian School. *Educational Technology & Society*, 26(1), pp. 79-94.
- Hernández, C. A. (2004, diciembre). Una Yupana dinámica para cada niño. *Nodos y Nudos* 2(17). Universidad Pedagógica Nacional.
- MoMath y Wolfram (2020). History of Mathematics Project. <https://www.history-of-mathematics.org/artifacts/incan-yupana>
- Moscovich, V. (2010). *El khipu y la yupana*. Ediciones El Lector.
- Osho, B. (1988). *From Darkness to Ligh. A single Humanity rejoicing*. The Rebel Publishing House.
- Prem, D. (2014-2016). *Yupana Inka - Decodificando la Matemática Inka. Método Tawa Pukllay*. Asociación Yupanki
- Prem, D. (2018). *Hatun Yupana Qellqa. Antología de estudios, Tawa Pukllay esencial, extensiones*. Asociación Yupanki
- Prem, D. (2018a). *P'awaq Yupana - El Neoábaco de Lógica Híbrida*. Asociación Yupanki
- Prem, D. (2018b). *Huq, Iskay, Kimsa... Quechua – El idioma computacional de los inkas*. Asociación Yupanki
- Prem, D. (2019). *Yupanki - El Juego Ciencia de los Inkas*. Asociación Yupanki.
- Prem D., y Guzmán, R. (2019). Tawa Pukllay atipanakuy: los 4 juegos sagrados de los inkas en competencia aritmético-lúdica. *Ciências Humanas: Estudos para uma visão holística da sociedade* 2. DOI: 10.37572/EdArt_28062138515
- Prem, D., Guzmán, R., Sotomayor, F., y Saldívar, A. (2022, June). Tawa Pukllay Proof: New method for solving arithmetic operations with the inca yupana using pattern recognition and parallelism. International Conference on Frontiers of Artificial Intelligence and Machine Learning (FAIML 2022) (pp. 209-218). IEEE.
- Radicati, C. (1980). El sistema contable de los incas. En Radicati, C. (ed.). *Yupana y Quipu*, (pp. 265-354). Librería Studium.
- Ríos, J. (2013). Las matemáticas ancestrales y la yupana. http://tarea.org.pe/images/Tarea82_41_Jesus_Rios.pdf
- Rivas, R. (2014). Exposición sobre la Yupana Kipu Taptana. <https://ugelcaylloma.blogspot.com/2014/09/exposicion-sobre-la-yupana-kipu-taptana.html>
- Saldívar, C., Saldívar, A., y Goycochea, D. (2019). Tawa Pukllay-la aritmética inca de reconocimiento de formas y movimientos operable en paralelo y que no requiere cálculos numéricos mentales. En Flores, R., García, D., Pérez-Vera, Iván E. (Eds.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp. 354-363). Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Urton, G. y Llanos, P. (1997). *The social life of numbers: A Quechua ontology of numbers and philosophy of arithmetic*. University of Texas Press / Librería Studium.
- Vílchez, R. (2013). Utilización de la yupana como material didáctico en la enseñanza de matemática en alumnos de segundo grado de primaria en instituciones educativas de Huacho en el período 2012 [Tesis de postgrado]. Universidad Nacional José Faustino Sánchez Carrión.

YUPANA INKA TAWA PUKLLAY (YITP): RECUPERANDO LA MATEMÁTICA INKA DESPUÉS DE 500 AÑOS



¿Qué es el Yupana Inka Tawa Pukllay ?

Yupana Inka Tawa Pukllay (YITP) es un **método matemático** que busca decodificar los algoritmos aritméticos utilizados por los incas. Su desarrollo se basa en estudios multidisciplinarios que abarcan tanto las matemáticas como las ciencias sociales y las humanidades.

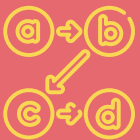
El enfoque principal de YITP es **demostrar que la yupana, un antiguo instrumento utilizado por los incas para cálculos, puede operar de manera mecánica sin la necesidad de utilizar los cálculos numéricos indo-arábigos.**



¿Qué postula la YITP?

YITP sostiene que la yupana inka **no solo es un simple ábaco o herramienta de apoyo al cálculo numérico**, sino una verdadera calculadora aritmética mecánica, considerada la primera en la historia conocida hasta ahora. En términos de antigüedad, capacidad operativa y simplicidad, supera a dispositivos posteriores como la Pascalina y la calculadora de Leibniz.

Propone un paradigma aritmético que se basa en el reconocimiento de patrones y permite realizar operaciones como sumas, restas, multiplicaciones y divisiones sin la necesidad de realizar cálculos complejos o utilizar tablas de multiplicar y factores.



¿Cuál es el aporte de la Yupana Inka Tawa Pukllay a la ciencia ?

El potencial de YITP ha sido validado tanto a nivel lógico como a nivel formal (algebraico), y se han publicado teoremas aritméticos relacionados. Además, se ha demostrado su capacidad para facilitar el aprendizaje aritmético y promover el desarrollo del pensamiento computacional. Estas validaciones respaldan su aplicación como una herramienta educativa y su relevancia en la filosofía de las matemáticas.

Para promover la investigación y difusión de las matemáticas y ciencias andinas, así como el desarrollo de nuevas tecnologías derivadas de estos estudios, se ha creado la Asociación Científica Yupanki (ACY). La ACY se dedica a difundir YITP tanto en comunidades rurales como en zonas urbanas, incluyendo colegios, institutos y universidades. La asociación ofrece cursos certificados presenciales y en línea, y produce materiales pedagógicos para su venta.